



TITLE:

7.ランダムな界面系の散乱関数(パターン形成,運動と統計,研究会報告)

AUTHOR(S):

富田, 博之

---

CITATION:

富田, 博之. 7.ランダムな界面系の散乱関数(パターン形成,運動と統計,研究会報告). 物性研究 1985, 44(3): 440-443

ISSUE DATE:

1985-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91609>

RIGHT:

$$\omega = \left( 2 + \frac{2}{3} (1-m) m^{-\frac{2}{3}} \right)^3 \quad (9)$$

である。図には  $\phi_0 = 0.10, 0.13, 0.167$  の三つの場合に(7)で与えられる  $I$  を示した。 $\phi_0 = 0.13$  の値が比較的よい一致を与えることが判明した。

## 参考文献

- 1) H. Furukawa, Physica, **123A**, 497 (1984).
- 2) S. Komura, K. Osamura, H. Fujii and T. Takeda, Phys. Rev. **B30**, 294 (1984); **B31**, 1278 (1985).
- 3) 好村滋洋, 固体物理, **19**, 711 (1984).
- 4) 好村滋洋, 日本物理学会誌, **40**, No. 1 (1985).
- 5) P. A. Rikvold and J. D. Gunton, Phys. Rev. Lett., **49** 286 (1982); private communication.
- 6) T. Ohta, Annals of Phys., **158**, 31 (1984).
- 7) H. Tomita, Prog. Theor. Phys., **71**, 1405 (1984).
- 8) H. Furukawa, private communication.
- 9) M. Hennion, D. Ronzand and P. Guyot, Acta Metall. **30** 599 (1982).
- 10) C.M. Knobler and N.C. Wang, J. Phys. Chem., **85**, 1972 (1981).

## 7. ランダムな界面系の散乱関数

京大・教養 富田博之

相分離がすすみ滑らかでランダムな界面が形成された段階における散乱関数のスケイリング則を考える。<sup>1)</sup>

ランダムな界面系と言っても、体積組成比  $\phi$  の値によって特徴が異なる。 $\phi \ll 1$  では半径分布に広がりを持った球状液滴系、 $\phi \sim 0.5$  では percolate し、かつ自己相補的な界面系、その中間では不規則な表面を持ったクラスター系と考えられる。このようなバラエティを考慮すると  $\phi$  の全領域を通して統一的なスケイリングの機構を探すのは無理であろう。 $\phi \sim 0.5$  では時間的に cross over が起こることも報告されている。<sup>2)</sup>

滑らかでランダムな界面系を特徴づける長さとして

- (1) 平均的曲率半径  $\sim q_P^{-1}$
- (2) 平均的クラスターサイズ  $\sim q_C^{-1}$
- (3) クラスター間の相関距離  $\sim q_M^{-1}$

が挙げられるが、いま考えている段階ではこれらはすべてマイクロな長さ、すなわち界面の厚さ (order parameter の揺ぎの相関距離)  $\xi$  に比べて十分長くなっているとして、 $\xi \rightarrow 0$  の極限を採用している。この3種の長さ、あるいはその逆数・3種の波数は散乱関数の

- (1) tail 部分
- (2) 主要部分 (例えば peak 位置  $q_{\max}$ )
- (3)  $q \sim 0$  部分

に対応し、界面の統計量と以下のように関係づけられる。order parameter を

$$s = 1 \text{ in minor phase, } = 0 \text{ in major phase}$$

として相関関数  $g(r) = \langle s(0)s(r) \rangle - \langle s \rangle^2$  の展開

$$g(r) = \phi(1-\phi) - (Ar/4) \{ 1 - r^2/12 R_m^2 + \dots \}$$

が得られる ( $\phi = \langle s \rangle$ )。ここで  $A$  および  $R_m$  は界面の統計量で

$$A = \int da / V$$

$$R_m^{-2} = \int da \left[ (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} R_\varphi^{-2} d\varphi \right] / \int da$$

$$(\quad R_\varphi^{-1} = R_1^{-1} \cos^2 \varphi + R_2^{-1} \sin^2 \varphi)$$

すなわち各々、界面面積の密度および界面上の各点における Euler の法曲率を法ベクトルのまわりに2乗平均した量の界面全体についての平均である。 $r$  の1次の項は、界面の鋭い profile singularity ( $\xi \rightarrow 0$ ) を反映しており、また  $\{ \}$  の中に  $r$  の1次の項が現れないのは、界面が滑らかであると仮定したことによる。Fourier 変換により散乱関数に対し  $q$  の逆べき展開

$$S(q) = 2\pi A q^{-4} \{ 1 + R_m^{-2} q^{-2} + \dots \}$$

が得られるが、 $r$  の1次の singularity は  $q^{-4}$  tail すなわち Porod 則となって現れ、界面が滑らかであることは、この long-tail を除いた和則

$$\int_0^\infty [q^4 S(q) - 2\pi A] dq = 0$$

に対応する。要するに界面の profile singularity を除けば系は non-singular である。ただし、上の展開が収束して意味を持つためには、界面はランダムでなければならない。例えば単分散球系では  $q^4 S(q)$  は振動し、収束しない。球状液滴系で収束するためには、少なくとも半径の連続分布によりこの振動が塗りつぶされるという意味でランダムでなければならない。

$S(q)$  の展開から  $q_p = R_m^{-1}$  が Porod 則の成り立つ範囲を決める特性波数であることがわかる。また  $S(q)$  の主要部分を特徴づける  $q_C$  としては、長距離秩序に関する和則

$$(2\pi)^{-3} \int_0^\infty S(q) 4\pi q^2 dq = \phi(1-\phi)$$

の半分まで充たす波数、と定義すると

$$(2\pi)^{-3} \int_0^Q S(q) 4\pi q^2 dq = \phi(1-\phi) - A/\pi Q + \dots$$

より

$$q_C \cong 2A/\pi\phi(1-\phi)$$

を得る。散乱関数のスケイリング則が成り立つためには、この3つが同じ時間依存性を持たなければならない、そうでない時には cross over が起こる可能性がある。

$\phi \ll 1$  の球状液滴系では

$$q_P^{-1} = R_m = \langle R^2 \rangle^{1/2}$$

$$q_C^{-1} \sim \pi\phi/2A = \pi\langle R^3 \rangle/6\langle R^2 \rangle$$

となり、半径分布が non-singular なら  $q_P \sim q_C$  である。 $q_M$  は上の展開形からは何も言えないが、液滴間の相関距離に対応することから、平均距離<sup>4)</sup> ならば

$$q_M^{-1} \sim \phi^{-1/3} \langle R^3 \rangle^{1/3}$$

平均自由行程 (しゃ閉距離)<sup>5,6)</sup> ならば

$$q_M^{-1} \sim \phi^{-1/2} \langle R^3 \rangle^{1/3}$$

と、いずれにしても  $q_M \ll q_C \sim q_P$  であるが、すべて同じ特性長「平均半径」でスケールされる

ことがわかる。 $\phi \sim 0.5$  の自己相補的な界面系では明らかに  $q_M \sim q_C$  であるが、 $q_P$  との大小関係はいずれの場合も考えられる。例えば、smoothing が percolation に遅れると

$$q_C \ll q_P$$

となり、Porod tail 部は主要部から追い出されて  $q^{-6}$  的な形への cross over が起こり得る。

中間の  $\phi$  の値に対する不規則な表面を持つクラスター系では、一つのクラスターの散乱関数を (散乱ベクトルの) 方向について平均したものは適当な半径分布を持った球系に等価であることを示すことができる。したがってクラスターが球形からずれて不規則になることにより、散乱関数の tail 部の振動はさらに平均化されて収束が速くなり、ピークは鋭くなる。

## 文 献

- 1) 好村滋洋, 物理学会誌, 40 (1985), No. 1, 42.
- 2) S. Katano and M. Iizumi, Phys. Rev. Letters 52 (1984), 835.
- 3) H. Tomita, Prog. Theor. Phys. 72 (1984), 656.
- 4) P. A. Rikvold and J. D. Gunton, Phys. Rev. Letters 49 (1982), 1972.
- 5) H. Tomita, Prog. Theor. Phys. 71 (1984), 1405.
- 6) T. Ohta, Ann. of Phys. 158 (1984) 31.

## 8. 自己相似性をもつ界面の運動

名大・工 豊木博泰, 本田勝也

秩序変数が保存しない系において、相転移点以下に急冷した場合の秩序形成のダイナミックスを、界面の運動に注目して解析しようという試みがいくつか行われてきた<sup>1)</sup>。その結果は、Kinetic Ising 模型の Monte Carlo シミュレーション (KIM)<sup>2)</sup> による結果とよい一致を示す。特に太田, Jasnow, 川崎の  $u$ -場理論は、KIM と同様の相関関数を導く。しかし、この理論では界面の運動方程式が直接扱われているわけではない。従って、両者の関係をより明らかにするために、界面の運動それ自体を格子上でシミュレートし、KIM の結果とくらべることは有意義であろう。われわれは、時間的・空間的に離散的な界面モデルの第一歩として、界面の複雑さが一様な場合について考察したのでそれを報告する。そして、その結果と KIM